



**TASHKENT STATE
UNIVERSITY OF ECONOMICS**

VOLUME 7 / 2024

LABOR ECONOMICS

MEHNAT IQTISODIYOTI VA INSON KAPITALI

ilmiy elektron jurnali

**LABOR ECONOMICS AND
HUMAN CAPITAL**

scientific electronic journal

2026-yil 1-son

Volume 5, Issue 1, 2026



**МЕХНАТ ИҚТISODIYOTI
VA INSON KAPITALI
ISSN: 3030-3117**



LABORECONOMICS.UZ

МЕХНАТ ИҚТISODIYOTI VA INSON KAPITALI

№ 1-2026

**ЭКОНОМИКА ТРУДА И ЧЕЛОВЕЧЕСКИЙ
КАПИТАЛ**

LABOR ECONOMICS AND HUMAN CAPITAL

“Mehnat iqtisodiyoti va inson kapitali” ilmiy elektron jurnali O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasi (OAK) rayosatining 2023-yil 3-iyundagi 328/3-sonli qarori bilan ro‘yxatga olingan.

Muassis: “Mehnat iqtisodiyoti va inson kapitali” ilmiy maktabi.

Tahririyat manzili:

100066, Toshkent shahri, Islom Karimov ko‘chasi,
49 uy

Elektron manzil: ilmiymaktab@gmail.com

Jurnal web-sayti: www.laboreconomics.uz

Bog‘lanish uchun telefonlar:

+998998818698

Tahririyat Kengashi raisi:

(Chairman of the Editorial Board)

Abduraxmanov Qalandar Xodjayevich, O'zFA akademigi

Tahririyat Kengashi a'zolari:

(Members of the Editorial Board)

Sharipov Kongratboy Avezimbetovich, t.f.d., prof.
Yusupov Axmadbek Tadjiyevich, i.f.d., prof.
Raifkov Kudratilla Mirsagatovich, i.f.d., prof.
Xalmuradov Rustam Ibragimovich, i.f.d., prof.
Umurzakov Baxodir Xamidovich, i.f.d., prof.
Nazarov Sharofiddin Xakimovich, i.f.d., prof.
Jumayev Nodir Xasiyatovich, i.f.d., prof.
Abduraxmanova Gulnora Kalandarovna, i.f.d., prof.
Zokirova Nodira Kalandarovna, i.f.d., prof.
Xudoyberdiyev Zayniddin Yavkachevich, i.f.d., prof.
Muxiddinov Erkin Madorbekovich, i.f.f.d., (PhD)
Xolmuxammedov Muhsinjon Murodullayevich, i.f.n., dots.
G'oyipnazarov Sanjar Baxodirovich, i.f.d., prof.
Irmatova Aziza Baxramovna, i.f.d., prof.
Shakarov Zafar Gafarovich, i.f.f.d., (PhD)

Jamoatchilik Kengashi a'zolari:

(Community Council members)

Bred Bodenxauzen (AQSh)
Jon Ankor (Buyuk Britaniya)
Odegov Yuriy Gennadevich (Rossiya Federatsiyasi)
Xeynz Miller (AQSh)
Sung Dong Ki (Koreya Respublikasi)
Masato Xivatari (Yaponiya)
Gerxard Feldmayer (Germaniya)
Eko Shri Margianti (Indoneziya)
Ahmed Mohamed Aziz Ismoil (Misr)
Rohana Ngah (Malayziya)
Sharifah Zanniyerah (Malayziya)
Teguh Dartanto (Indoneziya)
Nur Azlinna (Saudiya Arabistoni)
Muhammed Xoliq (Pokiston)
Alisher Dedaxonov (Toshkent)

Mas'ul muharrir (Editor-in-Chief): G'oyipnazarov Sanjar Baxodirovich

Ijrochi muharrir (Executive Editor): Iskandarova Dilafuz Ikrom qizi

Veb-administrator (Web admin): Mamatxo'jayev Otabek

MUNDARIJA (CONTENTS)**MEHNAT BOZORI VA MEHNAT MUNOSABATLARI**

A.B.Irmatova M.A.Ibodullayeva	<i>Raqamli texnologiyalarning joriy etilishining ijtimoiy mehnat munosabatiga ta'siri</i>	5-13
I.A.Bakiyeva Z.A.Azamatova	<i>O'zbekistonda mehnat bozori transformatsiyasi sharoitida iqtisodiy tengsizlikni keltirib chiqaruvchi sabablari va omillari</i>	14-25
M.O.Hamroqulov	<i>Barqaror demografik rivojlanish va mehnat resurslarining hududiy muvozanati</i>	26-37

DEMOGRAFIYA

T.Q.Aliyev Sh.T.Aliyev	<i>Factors affecting demographic development in Azerbaijan and opportunities to use them</i>	38-57
---	--	-------

INSON KAPITALI

S.M.Dusanov	<i>Ta'lim tizimi moliya resurslaridan foydalanish samaradorligini oshirishga to'g'ri va aks ta'sir etuvchi omillar</i>	58-68
G.Z.Ubaydullayev	<i>Improvement of regional socio-economic development based on human capital management</i>	69-76
S.R.Xolbayeva	<i>Классификация участия человека в экономической системе по признаку его функциональной роли и институционального положения в воспроизводственном процессе</i>	77-93

INSON TARAQQIYOTI

F.A.Abduraxmonov	<i>Digital silk road and Uzbekistan: infrastructure upgrading, inclusion, and digital services growth</i>	94-103
Sh.Z.Karimova	<i>Hududlar kesimida ijtimoiy-iqtisodiy tabaqalashuv darajasini baholashning nazariy asoslari</i>	104-109
O.S.Mirzamurodov	<i>Namangan viloyati aholi daromadlari darajasi bo'yicha ijtimoiy-iqtisodiy tabaqalanish dinamikasining tahlili</i>	110-118

KAMBAG'ALLIKNI QISQARTIRISH

D.I.Iskandarova D.R.Ro'zimurodova	<i>Kambag'allikni qisqartirish va yoshlar bandligini ta'minlashda davlat siyosatining o'rni</i>	119-128
--	---	---------

MIGRATSIYA

- O.O.Dlyanchev** *Фактор миграционной политики ФРГ в обеспечении национальных интересов Республики Узбекистан* 129-140

INSON RESURSLARINI BOSHQARISH

- O'X.Abdukarimov** *Davlat fuqarolik xizmatida inson resurslarini rivojlantirishning tashkiliy va iqtisodiy mexanizmlarini takomillashtirish: xalqaro tajriba va O'zbekiston uchun xulosalar* 141-157
- F.Z.Tolibova** *Raqamli iqtisodiyot sharoitida strategik boshqaruv samaradorligini ta'minlashda hr analitikaning o'rni* 158-165

TADBIRKORLIKNI RIVOJLANTIRISH

- A.S.Abdullayev** *Tabiiy falokatlar (NATCAT) qayta sug'urtalashida PML ko'rsatkichini baholashning ekstremal qiymatlar ekonometrikasi* 166-174
- E.D.Abduxakimov** *Роль малого бизнеса в обеспечении занятости населения в Узбекистане* 175-182
- M.M.Anvarova** *Kichik biznes subyektlarining raqamli platformalar orqali rivojlanishi nazariy asoslari* 183-190
- Sh.U.Karimova** *Ekologik barqaror transport turlarini iqtisodiyotga ta'sirini aniqlash va baholash* 191-199
- D.T.Salimov**
S.D.Tojiyev
J.A.Fayziyev *Kobba–Duglas funksiyasi yordamida ishlab chiqarish jarayonlarini modellashtirish* 200-217
- M.O.Shadmanova** *Mintaqalarda kichik biznes subyektlarini rivojlantirish imkoniyatlari (Toshkent shahri va Toshkent viloyati misolida)* 218-231



MEHNAT IQTISODIYOTI VA INSON KAPITALI

ISSN: 3030-3117
<https://laboreconomics.uz/>



KOBBA–DUGLAS FUNKSIYASI YORDAMIDA ISHLAB CHIQUARISH JARAYONLARINI MODELLASHTIRISH

Salimov Dilmurat Tojjiyevich

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti

Tojjiyev Sardor Dilmurodovich

Toshkent amaliy fanlar universiteti

Fayziyev Javlon Abduvohidovich

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti

DOI: https://doi.org/10.55439/LEHC/vol2_iss1/a256

Annotatsiya. Korxonaning ikki ishlab chiqarish omilini hisobga olgan holda Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasini tuzish ko‘rib chiqilgan. Olingan ishlab chiqarish funksiyasining boshlang‘ich ma‘lumotlarga mosligi Fisher mezoni asosida tekshirilgan. Tuzilgan ishlab chiqarish funksiyasi resurslarning o‘rtacha va chegaraviy samaradorligi ko‘rsatkichlari, mahsulot ishlab chiqarish elastikligi hamda resurslar iste‘moliga bog‘liqligi asosida tahlil qilingan. Resurslar kombinatsiyasiga tayangan holda kelajakdagi ishlab chiqarish hajmi prognozi amalga oshirilgan, shuningdek Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasi uchun izokvantalar va izoklinalar ko‘rib chiqilgan.

Kalit so‘zlar: uzluksiz differensiallanuvchi funksiya, Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasi, funksiyaning va argumentning nisbiy o‘sishi.

МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ КОББА – ДУГЛАСА

Салимов Дилмурат Тажиевич

Ташкентский государственный экономический университет

Тожиев Сардор Дилмуродович

Ташкентский университет прикладных наук

Файзиев Жавлон Абдувохидович

Ташкентский государственный экономический университет

Аннотация. Рассмотрено построение производственной функции Кобба – Дугласа с учетом двух факторов производства предприятия. Проведена проверка адекватности полученной производственной функции с исходными данными на основе критерия Фишера. Проведен анализ построенной производственной функции с помощью показателей средней и предельной эффективности ресурсов, эластичности выпуска продукции, в зависимости от потребления ресурсов, на основе сочетания ресурсов произведено прогноз объемов производства на будущее, рассмотрена изокванты и изоклинали для производственной функции Кобба – Дугласа.

Ключевые слова: непрерывно дифференцируемая функция, производственная функция Кобба-Дугласа, относительное приращения функции и аргумента.

MODELING PRODUCTION PROCESSES USING THE COBB-DOUGLAS FUNCTION

Salimov Dilmurat Tojiyevich

Tashkent State University of Economics

Tojiyev Sardor Dilmurodovich

Tashkent University of Applied Sciences

Fayziyev Javlon Abduvohidovich

Tashkent State University of Economics

Abstract. This paper examines the construction of a Cobb-Douglas production function taking into account two enterprise production factors. The adequacy of the resulting production function with the initial data is verified using the Fisher criterion. The constructed production function is analyzed using indicators of average and marginal resource efficiency, elasticity of output depending on resource consumption, and a forecast of future production volumes is made based on resource combinations. Isoquants and isoclines for the Cobb-Douglas production function are considered.

Keywords: continuously differentiable function, Cobb-Douglas production function, relative increment of function and argument.

Введение

Для исследования производственной системы экономики широко применяются производственные функции. Экономика страны или отдельное предприятие рассматривается как система, на вход которой поступают ресурсы, а на выходе получается конечный объем произведенной различных видов продукции. Любой процесс производства связан с потреблением различных ресурсов. В число ресурсов входит все то, что необходимо для производственной деятельности: сырье, энергия, труд, оборудование, природная среда. Для того чтобы описать поведение предприятия, необходимо знать, какое количество продукта она может произвести, используя ресурсы в тех или иных объемах. Зависимость величины выпуска от производственных факторов принято называть производственной функцией.

Среди основных задач управления производством можно отметить: эффективное использование факторов производства, снижение производственных издержек, максимизацию экономических показателей деятельности предприятия, рост производительности труда, снижение себестоимости продукции [10, 12].

В комплексном анализе хозяйственной деятельности производственные функции применяют для решения следующих задач:

- оценки отдачи ресурсов в производственном процессе;
- прогнозирования экономического роста;
- разработки планов развития производства;
- оптимизации функционирования хозяйственной единицы;
- сравнения эффективности деятельности различных экономических объектов.

Зависимость объема продукции, которое может произвести предприятие, от объемов затраченных ресурсов получила название производственной функции.

Производственная функция - это экономико-математическая количественная зависимость между объемом продукции производственной деятельности предприятия и факторами производства, от факторов, которые его обусловили (от объемов использования производственных ресурсов).

Производственная функция указывает на наличие многих альтернативных возможностей (способов производства), при которых различные сочетания между факторами производства обеспечивают один и тот же объем выпускаемой продукции. Это обстоятельство имеет важное значение для предприятий, поскольку они ищут такие соотношения, при которых их издержки производства оказываются минимальными.

Одной из главных задач любого предприятия является, увеличение собственной прибыли. Для того чтобы осуществить эту цель необходимо увеличить выпуск продукции или уменьшить издержки ресурсов. Процесс, который связан с изготовлением продукции предприятия, отображает производственная функция. Так же эта функция отражает способ создания доходов на предприятии во время выпуска продукции. Производственная функция имеет две составляющие: изменение объема товаров и продуктивности.

Для того чтобы подробнее поговорить о производственной функции Кобба-Дугласа необходимо для начала разобраться со назначением самой производственной функции.

Цена на товары и услуги формируется с помощью соотношения спроса и предложения на эти товары и услуги. Производственная функция выступает в роли количественной характеристики предложения или объема производства и стоимости товаров. Процесс производства является одним из главных факторов оказывающих влияние на благосостояние общества, то есть степень благосостояния и развития общества возрастает, если возрастает уровень удовлетворения потребностей населения и отдельных индивидов и количество среднего класса в общей численности населения страны

Объяснение роста благосостояния населения и отдельных индивидов в процессе выпуска продукции и является главной задачей производственной функции. А значение производственной функции заключается в создании экономико-математических моделей, которые отражают зависимость объема производства от его разнообразных факторов.

Модели такого типа включают в себя следующие показатели:

1. Объем производства;
2. Объемы ресурсов необходимых для производства.

Можно выделить следующие виды производственных функций:

1. Однофакторные производственные функции. Эти функции устанавливают зависимость объема производства от одного фактора. К таким функциям относятся функции: линейная, параболическая, степенная, показательная.

2. Двухфакторные производственные функции. Эти функции устанавливают зависимость объема производства от соотношения двух факторов. К таким функциям относится функция Кобба-Дугласа.

Производственная функция Кобба – Дугласа дала возможность моделировать целые отрасли, а не только мелкомасштабные процессы. Данная функция сделала возможным оценку эффективности производства всего государственного хозяйства, и тем самым она открыла новую страницу в развитии макроэкономики [1].

В качестве достоинств функция Кобба – Дугласа исследователи отмечают относительную простоту функциональной зависимости, достаточную практическую универсальность и адекватность разработанной модели реальному производственному процессу, а также то обстоятельство, что модель строится на реальных экономических показателях и легко может быть решена [4].

Цена на товары и услуги формируется с помощью соотношения спроса и предложения на эти товары и услуги. Производственная функция выступает в роли количественной характеристики предложения или объема производства и стоимости товаров. Процесс производства является одним из главных факторов оказывающих влияние на благосостояние общества, то есть степень благосостояния и развития общества возрастает, если возрастает уровень удовлетворения потребностей населения и отдельных индивидов и количество среднего класса в общей численности населения страны [13].

В экономической литературе известны исследовательские работы, посвященные построению моделей Кобба-Дугласа для производственных процессов, реализуемых в самых различных отраслях – промышленности [22], сельском хозяйстве [11,15], образовании [4].

При этом с достаточно высокой степенью точности производственные возможности промышленности Республики Башкортостан в 2006–2016 гг. описывались производственной функцией Кобба — Дугласа с динамическими параметрами, определенными на основе АМЛР [22].

Достаточно адекватной моделью, имитирующей производственные возможности страны, ее регионов или их отраслей, является производственная функция Кобба — Дугласа с динамическими параметрами (коэффициенты факторной эластичности являются дифференцированными во временном разрезе), которые рассчитываются с помощью альтернативного метода линейной регрессии (АМЛР), разработанного Н. В. Суворовым. Апробация

(тестирование) АМЛР на данных национальной (России) и отраслевой статистики позволяет сделать однозначный вывод о его высокой точности [23,24].

Описывается перспективность использования панельных данных для построения факторных зависимостей. Приводятся результаты построения производственной функции для отраслей обрабатывающих производств России как для функции с переменной, так и с постоянной отдачей факторов производства. Использование производственной функции является важным инструментом для управления как предприятием, так и народнохозяйственным комплексом в целом [2],

В рамках обобщения исследуемого массива теоретической информации и практических наработок представляется важным использовать производственной функции типа Кобба-Дугласа с основными показателями экономики: средняя эффективность ресурса, предельная эффективность ресурса, эластичность выпуска продукции от затрат ресурса, норма замещения ресурсов и продукции. Это дает возможность прогнозировать объема произведенной продукции на последующие годы.

В статье методом наименьших квадратов построена производственная функция по статистическим данным. И проверены ее адекватность по критерию Фишера. Анализирован построенной функции с помощью средняя эффективность ресурса, предельная эффективность ресурса, эластичность выпуска продукции от затрат ресурса, норма замещения ресурсов и продукции. На основе этого прогнозирован объем произведенной продукции на последующие годы.

Особенностью функции Кобба-Дугласа является то, что в ней двумя основными факторами производства являются капитал и труд. Определенное сочетание данных ресурсов дает возможность для получения продукта. Назначение функции заключается в следующем: функция отображает технологическое соотношение объема труда и капитала, которое является необходимым для производства товаров в необходимом количестве.

Функция Кобба-Дугласа относится к двухфакторным функциям. Данная функция была предложена Кнутом Векселем, но в силу вступила после проверки Чарльзом Коббом и Полом Дугласом. Именно поэтому фамилии этих двух ученых дали название функции.

Также термин «производственная функция Кобба-Дугласа» в узком смысле применяется для обозначения постоянной отдачи от масштаба.

Самой распространенной является, производственная функция Кобба-Дугласа отражает зависимость выпуска определенного вида товара от соотношения двух факторов: капитала и труда [29].

$$Y = A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta}$$

Y – общий объем выпуска продукции или выпуск продукции в стоимостном выражении, либо в натуральном выражении;

A - общая продуктивность факторов производства;

L - затраченный ресурс труда или объем трудовых ресурсов также либо в стоимостном выражении, либо в натуральном количестве – число рабочих, число человека-дней и т.п.;

K - затраченный ресурс капитала, или объем фондов либо в стоимостном выражении, либо в натуральном количестве – скажем, - число станков;

A, α, β - неизвестные параметры производственной функции, которые необходимо найти.

Параметры α и β играют важную роль при расчете предполагаемого объема выпуска продукции. Эластичность факторов производства отражает пропорцию, при которой изменение соотношения производственных факторов повлияет на процесс производства при прочих равных условиях.

Необходимо рассмотреть три возможных случая значения, которые могут принимать коэффициенты эластичности в формуле:

1) $\alpha + \beta = 1$, соотношение характеризует постоянную отдачу от масштаба, например, при росте затраченного труда и капитала на 100%, объем производства возрастет на те же 100%, то есть в два раза;

2) $\alpha + \beta > 1$, соотношение характеризует возрастающую отдачу от масштаба, например, при росте затраченного труда и капитала на 100%, объем производства возрастет, допустим, на 120%, то есть более чем в два раза;

3) $\alpha + \beta < 1$, соотношение характеризует уменьшающуюся отдачу от масштаба.

Определение. Средняя производительность труда $y = \frac{Y}{L}$ - отношение объема произведенного продукта к количеству затраченного труда; средняя фондоотдача $k = \frac{Y}{K}$ - это отношение объема произведенного продукта к величине фондов.

Этапы анализа производственной функции:

1. Построение производственной функции методами регрессионного анализа на основе накопленных статистических данных;

2. Проверка адекватности полученной производственной функции исходным данным с помощью критерия Фишера.

3. Выводы относительно сочетания использования ресурсов и прогноз объемов производства на будущее.

Основные показатели анализа производственных функций.

Средняя эффективность ресурса – показывает, какой объем выпуска продукции приходится на единицу затрат i -го ресурса

$$\mu_i = \frac{Y}{x_i},$$

x_i - объем затрат i -го ресурса.

Отсюда следует, что средняя эффективность трудовых ресурсов

$$\mu_L = \frac{A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta}{L} = A \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta. \quad (1)$$

Средняя эффективность основного капитала

$$\mu_K = \frac{A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta}{K} = A \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1}. \quad (2)$$

Предельная эффективность ресурса – показывает, насколько увеличится выпуск продукции при единичном увеличении i -го ресурса

Формула вычисления предельной эффективности ресурса имеет вид

$$v_i = \frac{dY}{dx_i}$$

Отсюда следует, что предельная эффективность трудовых ресурсов

$$v_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = A\alpha \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta \quad (3)$$

Оттуда видно, что для функции Кобба-Дугласа предельная эффективность труда пропорционально средней эффективности и меньше нее.

Предельная эффективность основного капитала

$$v_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = A\beta \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1}. \quad (4)$$

Аналогично, предельная эффективность капитала пропорционально средней эффективности капитала и меньше нее.

Эластичность функции. Пусть функция $y = f(x)$ получает приращение Δy при изменении аргумента на Δx . Отношение $\frac{\Delta y}{y}$ называют относительным приращением функции, а отношение $\frac{\Delta x}{x}$ относительным приращением аргумента.

Эластичностью функции называется предел отношения относительного приращения функции к относительному приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю. Эластичность функции $y = f(x)$ обозначается как $E_x(y)$, т.е.

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} : \frac{x}{y} \right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} \cdot y',$$

$$\text{т.е. } E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'.$$

Экономический смысл эластичности функции в том, что она выражает приближенный процентный прирост значения функции при приращении аргумента на 1 %.

Эластичность выпуска продукции от затрат ресурса - показывает, на сколько процентов изменится выпуск продукции при увеличении затрат i -го ресурса на 1%.

Формула вычисления эластичности выпуска продукции имеет вид

$$\delta_i = \frac{dY}{dx_i} \cdot \frac{x_i}{Y}$$

Отсюда следует, что эластичность трудовых ресурсов

$$\delta_L = \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot \frac{L}{Y} = \frac{A\alpha \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta \cdot L}{A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta} = \alpha. \quad (5)$$

При этом показатель степени при L производственной функции, в данном случае является эластичности трудовых ресурсов.

Эластичность основного капитала

$$\delta_K = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} = \frac{A\beta \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1} \cdot L}{A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta} = \beta. \quad (6)$$

Оказывается параметр β - это эластичность продукции по труду.

Аналогичный смысл имеет параметр α - это эластичность продукции по фонду.

Норма замещения ресурсов - показывает, на сколько единиц необходимо уменьшить (увеличить) затраты i -го ресурса для того чтобы при увеличении (уменьшении) на затраты j -го ресурса на единицу, выпуск продукции не изменился.

Формула вычисления норму замещения продукции имеет вид

$$\gamma_{ij} = \frac{v_j}{v_i}$$

Норма замещения ресурсов рассчитывается для пары ресурсов одновременно. Мы будем иметь один показатель норма замещения ресурсов.

Отсюда следует, что норма замещения ресурсов

$$\gamma_{KL} = \frac{v_L}{v_K} = \frac{\partial Y}{\partial L} : \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{A\alpha \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta}{A \cdot \beta \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1}} = \frac{\alpha \cdot K}{\beta \cdot L}. \quad (7)$$

Следовательно, все эти показатели используются тогда, когда производственная функция задается аналитически, т.е. в виде формулы.

Пример. Задаются статистические данные некоторой предприятия, в случае последние 15 лет, относительно выпуска продукции Y с учетом динамики факторов производства K и L .

Требуется:

- 1) Определить на основании представленных в таблице ниже данных построить производственную функцию Кобба- Дугласа;
- 2) Проверить адекватность полученной функции Кобба- Дугласа при помощи критерия Фишера;
- 3) Определить показатели анализа производственных функций;
- 4) Определить предельная эффективность ресурсов;
- 5) Определить эластичность выпуска продукции от затрат ресурсов;

- 6) Определить норму замещения продукции;
 7) Сделать прогноз объема производства отрасли на 2026 год, если планируются увеличение основных фондов на 8% и одновременное уменьшение трудовых ресурсов на 2% относительно предыдущего года. Требуется построить функцию Кобба Дугласа степенного вида

$$Y = A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta}. \quad (8)$$

Таблица 1

Исходные данные для анализа использования ресурсов предприятия в 2010-2024 годах

Период, годы	Выпуск продукции (Y),	Основной капитал (K)	Трудовые ресурсы (L)
2011	410	205	94
2012	465	226	102
2013	512	248	113
2014	532	298	125
2015	553	300	133
2016	605	340	141
2017	608	390	152
2018	642	420	167
2019	672	427	123
2020	722	434	190
2021	761	490	208
2022	823	400	220
2023	925	448	241
2024	993	468	280
2025	1008	475	315

Решение. Для решения этой задачи, необходимо преобразовать функцию Кобба Дугласа к линейному виду. Для этого, прологарифмируем обе стороны формулы, натуральным логарифмом.

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln L + \beta \ln K \quad (9)$$

$$\ln Y = Y_1, \ln A = A_1, \ln L = L_1, \ln K = K_1.$$

Оттуда, выше приведенная формула (9) принимает вид

$$Y_1 = A_1 + \alpha L_1 + \beta K_1. \quad (10)$$

Теперь используя метод наименьших квадратов отыскиваем неизвестные параметры, A_1, α, β . Сначала на основе данных Y, K, L , определяем A_1, α, β (таблица 2).

Итак, будем искать выборочные уравнение прямой линии регрессии Y_1 на (L_1, K_1) вида:

$$Y_1 = A_1 + \alpha L_1 + \beta K_1.$$

Требуется подобрать параметры A_1, α, β так, чтобы точки $(Y_1^1, L_1^1, K_1^1), (Y_1^2, L_1^2, K_1^2), \dots, (Y_1^n, L_1^n, K_1^n)$, построенные по данным наблюдений в пространстве (Y, K, L) как можно ближе, лежали вблизи прямой (10).

Решение. Решаем задачу методом наименьших квадратов. Для этого подберем параметры A_1, α, β так, чтобы сумма квадратов отклонений была минимальной (в этом состоит сущность метода наименьших квадратов).

$$F(A_1, \alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (Y_i - y_i)^2 \rightarrow \min, \text{ или } F(\rho, b) = \sum_{i=1}^n (A_1 + \alpha L_1^i + \beta K_1^i - y_i)^2.$$

Для отыскания минимума приравняем нулю соответствующие частные производные функции по неизвестным параметрам A_1, α, β :

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial A_1} = 2 \sum_{i=1}^n (A_1 + \alpha L_1^i + \beta K_1^i - y_i) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^n (A_1 + \alpha L_1^i + \beta K_1^i - y_i) L_1^i = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \beta} = 2 \sum_{i=1}^n (A_1 + \alpha L_1^i + \beta K_1^i - y_i) K_1^i = 0 \end{cases}$$

Выполнив элементарное преобразование, получим систему трех линейных уравнений относительно неизвестных A_1, α, β

$$\begin{cases} A_1 n + \alpha \sum_{i=1}^n L_1^i + \beta \sum_{i=1}^n K_1^i = \sum_{i=1}^n y_i \\ A_1 \sum_{i=1}^n L_1^i + \alpha \sum_{i=1}^n (L_1^i)^2 + \beta \sum_{i=1}^n K_1^i L_1^i = \sum_{i=1}^n y_i L_1^i \\ A_1 \sum_{i=1}^n K_1^i + \alpha \sum_{i=1}^n K_1^i L_1^i + \beta \sum_{i=1}^n (K_1^i)^2 = \sum_{i=1}^n y_i K_1^i \end{cases} \quad (11)$$

По таблице 2 и формуле (11) найдем коэффициенты неизвестных A_1, α, β .

Таблица 2

Расчет неизвестных параметров A_1, α, β

$\ln Y = Y_1$	$\ln K = K_1$	$\ln L = L_1$	$K_1^i L_1^i$	$(K_1^i)^2$	$(L_1^i)^2$	$y_i K_1^i$	$y_i L_1^i$
6,016	5,323	4,543	24,184	28,334	20,642	32,024	27,333
6,142	5,421	4,625	25,06983	29,382	21,390	33,293	28,407
6,238	5,513	4,727	26,06412	30,398	22,349	34,395	29,491
6,277	5,697	4,828	27,50735	32,457	23,313	35,759	30,306
6,315	5,704	4,890	27,89349	32,533	23,916	36,021	30,884
6,405	5,829	4,949	28,84605	33,977	24,490	37,336	31,698
6,410	5,966	5,024	29,97321	35,60	25,239	38,244	32,204
6,465	6,040	5,118	30,91399	36,48	26,194	39,048	33,086
6,510	6,057	4,812	29,14636	36,685	23,158	39,431	31,329
6,582	6,073	5,247	31,86541	36,882	27,531	39,973	34,536
6,635	6,194	5,338	33,06287	38,371	28,489	41,098	35,413
6,713	5,991	5,394	32,31573	35,898	29,091	40,220	36,207
6,830	6,105	5,485	33,48355	37,269	30,083	41,694	37,460
6,901	6,148	5,635	34,64533	37,804	31,751	42,429	38,884
6,916	6,163	5,753	35,45492	37,986	33,092	42,624	39,783
97,355	88,225	76,367	450,43	520,054	390,727	573,589	497,020

Таким образом, получаем систему уравнений относительно переменных A_1, α, β :

$$\begin{cases} 15A_1 + 76,36749\alpha + 88,22547\beta = 97,35463 \\ 76,36749A_1 + 390,7265\alpha + 450,43\beta = 497,0202 \\ 88,2254716A_1 + 450,43\alpha + 520,0542\beta = 573,5887 \end{cases}$$

После решения систему уравнений методом Гаусса, получаем набор решений в виде $(A_1, \alpha, \beta) = (2,053; 0,49; 0,318)$.

В результате, искомое уравнение регрессии принимает вид:

$$Y_1 = 2,053 + 0,49L_1 + 0,318K_1.$$

Зная $A_1 = 2,053$, найдем A ,

$$\ln A = A_1 \Rightarrow A = e^{A_1} \Rightarrow A = e^{2,053} \Rightarrow A \approx 7,791.$$

Получаем $A = 7,791$.

В итоге производственная функция Кобба-Дугласа (8) принимает вид

$$Y = 7,791 \cdot L^{0,49} \cdot K^{0,318}. \quad (12)$$

Эту производственную функцию, можно использовать для дальнейшего анализа.

Таблица 3

Расчет проверки функции Кобба-Дугласа с экспериментальными данными

Y	K	L	$\ln Y$	$\ln K$	$\ln L$	Y_p	$(Y_{i,p} - Y_{p,ср})^2$	$(Y_i - Y_{i,p})^2$
410	205	94	6,016	5,323	4,543	392,251	57772,21	315,042
465	226	102	6,142	5,421	4,625	421,128	44724,38	1924,782
512	248	113	6,238	5,513	4,727	456,076	31163,9	3127,487
532	298	125	6,2767	5,697	4,828	508,019	15522,71	575,092
553	300	133	6,315	5,704	4,890	524,814	11619,87	794,474
605	340	141	6,405	5,829	4,949	561,980	4988,464	1850,72
608	390	152	6,410	5,966	5,024	609,053	554,887	1,10887
642	420	167	6,465	6,040	5,118	653,007	416,058	121,145
672	427	123	6,510	6,057	4,812	565,097	4557,919	11428,31
722	434	190	6,582	6,073	5,247	702,917	4943,241	364,151
761	490	208	6,635	6,194	5,338	763,707	17186,59	7,326
823	400	220	6,713	5,991	5,394	735,928	10674,83	7581,513
925	448	241	6,830	6,105	5,485	797,789	27284,36	16182,68
993	468	280	6,901	6,149	5,636	870,640	56658,92	14971,87
1008	475	315	6,916	6,163	5,753	926,732	86508,03	6604,563
						9489,14	374576,4	65850,26

Оценка адекватности полученной производственной функции с исходным данным. Оценка адекватности производственной функции с исходным данным проверяется критерием Фишера.

Критерий Фишера исходит из того, что $F_{расчетное}$ рассчитывается по формуле (12) и сравнивается с $F_{табличное}$:

$$F_{расчетное} = \frac{\sum (Y_{i,расчетное} - Y_{сред.расчетное})^2}{m} \cdot \frac{n - m - 1}{\sum (Y_i - Y_{i,расчетное})^2} \quad (12)$$

По таблице 3, найдем

$$Y_{сред.расчетное} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{i,расчетное}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{15} Y_{i,расчетное}}{15} = \frac{9489,14}{15} = 632,61.$$

Табличное значение $F_{табличное}$, в свою очередь, определяется с помощью функции Excel, $F.ОБР(\alpha; m; n - m - 1)$, где α - доверительная вероятность ($\alpha = 0,99$); m - количество факторов ($m = 2$); n - число наблюдений ($n = 15$).

Адекватность полученной функции проверяем при помощи критерия Фишера

$$F_{расчетное} > F_{табличное}.$$

Итак, в нашем случае формула (12) вычисляется по таблице 3

$$F_{расчетное} = \frac{\sum (Y_{i,расчетное} - Y_{сред.расчетное})^2}{m} \cdot \frac{n - m - 1}{\sum (Y_i - Y_{i,расчетное})^2} = \frac{374576,4}{2} \cdot \frac{15 - 2 - 1}{65850,26} = 34,13$$

в свою очередь с помощью функции Excel определяем

$$F_{табличное} = F.ОБР(\alpha, m, n - m - 1) = F.ОБР(0,99, 2, 12) = 6,93.$$

Отсюда следует, что

$$F_{расчетное} > F_{табличное}.$$

Оттуда видно, что $F_{расчетное}$ существенно превосходит от $F_{табличное}$, т.е. наше условие выполнилось.

Следовательно, построенная производственная функция с вероятностью 0,99 соответствует с исходными данными.

Это означает, что данную производственную функцию $Y = 7,791 \cdot L^{0,49} \cdot K^{0,318}$ Кобба-Дугласа можно использовать для дальнейшего анализа эффективности потребления ресурсов K и L .

Теперь используя найденные параметры производственной функции A , α , β , требуется найти все показатели эффективности.

На основе привлеченные годовые данные с 2010 по 2024 г, есть динамика использования ресурсов основного капитала K и трудовых ресурсов L в сочетании выпуск продукции (табл.1). Требуется рассчитать динамику всех экономических показателей анализа на намеченный известный период времени.

Сначала начнем, с показателя средней эффективности ресурсов.

Средняя эффективность ресурса и основного капитала вычисляются по формулам (1) и (2). Результаты вычисления описывается в таблице 4.

Таблица 4

Расчет основных экономических показателей

	Y	K	L	μ_L	μ_K	ν_L	ν_K	γ_{KL}
2011	410	205	94	4,173	1,913	2,045	0,608	3,360
2012	465	226	102	4,129	1,863	2,023	0,593	3,414
2013	512	248	113	4,036	1,839	1,978	0,585	3,382
2014	532	298	125	4,064	1,705	1,991	0,542	3,673
2015	553	300	133	3,946	1,749	1,934	0,556	3,476
2016	605	340	141	3,986	1,653	1,953	0,526	3,716
2017	608	390	152	4,007	1,562	1,963	0,497	3,954
2018	642	420	167	3,910	1,555	1,916	0,494	3,875
2019	672	427	123	4,594	1,323	2,251	0,421	5,349
2020	722	434	190	3,70	1,620	1,813	0,515	3,520
2021	761	490	208	3,672	1,559	1,799	0,496	3,630
2022	823	400	220	3,345	1,840	1,639	0,585	2,802
2023	925	448	241	3,310	1,781	1,622	0,566	2,864
2024	993	468	280	3,109	1,860	1,524	0,592	2,575
2025	1008	475	315	2,942	1,951	1,442	0,620	2,324
2026	1013	522,5	308,7	3,238	2,022	1,716	0,558	3,25

Сравнивая среднюю эффективность ресурсов двух факторов, отметим, что средняя отдача от капитала, значительно превышает среднюю отдачу от трудовых ресурсов. В течение исследуемого периода, тенденция снижения средней отдачи наблюдается у обоих факторов (таблица 4 столбцы μ_L, μ_K).

Следующий показатель предельные эффективности трудовых ресурса L и основного капитала K (формулы (3) и (4)) в соответствующих колонках (ν_L, ν_K) таблице 4.

Предельные эффективности ресурсов в данном случае значение данного показателя определяет насколько увеличится выпуск продукции Y , если объем основного капитала увеличится на единицу. Сравнивая предельные эффективности ресурса L предельные эффективности каптала K мы видим, что $\nu_L > \nu_K$. Это означает, что прирост объем продукции Y будет больше если мы увеличим потребления ресурса L .

Дадим интерпретацию рассчитанным показателям:

– при увеличении потребления фактора «капитал» на 1 % общий объем выпуска продукции возрастает на 0,278 % (таблица 4 столбцы μ_L, μ_K);

– при увеличении потребления фактора «труд» на 1 % общий объем выпуска продукции возрастает на 0,47 %.

Далее рассчитаем эластичность выпуска продукции в зависимости от потребления ресурсов. Для функции Кобба – Дугласа эластичность оказывается постоянной и равняется для капитала (6) – $\beta = 0,318$, для трудовых ресурсов (5) – $\alpha = 0,49$.

Если мы увеличиваем потребления ресурса K на 1%, то Y возрастет на 0,318%. Если мы увеличиваем потребления ресурса L на 1%, то Y возрастет на 0,49%.

Теперь рассмотрим норму замещения ресурсов (таблица 4 столбец колонка γ_{KL}). Данный коэффициент (7) показывает, что какой пропорции ресурсы взаимозаменяемы при одном и том же выпуске объема продукции. Если мы уменьшим потребления ресурса L на одну единицу, то насколько мы должны увеличит потребления второго ресурса, чтобы общий объем выпуска продукции остался неизменным. Для этой задачи, при уменьшении ресурса L на единицу мы должны нарастит потребления ресурса K на 2,324 (таблица 4 столбец γ_{KL} , предпоследнее число) и тогда объем продукции Y не изменится.

Теперь сделаем прогноз объема производства предприятия на 2026 год, если планируются увеличение основных фондов на 8% и одновременное уменьшение трудовых ресурсов на 2% относительно предыдущего года (таблица 4, последняя строка)

Новые значения: $K = 475 \cdot 1,08 = 522,5$; $L = 315 \cdot 0,98 = 308,7$, тогда прогноз объема производства:

$$Y = 8,63 \cdot L^{0,53} \cdot K^{0,276} = 8,63 \cdot 308,7^{0,53} \cdot 522,5^{0,276} = 1013,11.$$

Изокванты и изоклинали для производственной функции Кобба – Дугласа. Изокванта – это линия или поверхность в пространстве ресурсов, на которой достигается один и тот же выпуск продукции при различных сочетаниях затрат ресурсов

$$Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta = const$$

Отсюда найдем

$$K = \left(\frac{Y}{A \cdot L^\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}}. \quad (13)$$

Изоклираль – это линии пространство ресурсов, на которой норма замещения ресурсов постоянна.

$$\gamma_{KL} = \frac{\alpha K}{\beta L} = const$$

Отсюда следует, что $K = \gamma_0 \frac{\beta}{\alpha} L$.

Требуется построить изокванту и изоклираль по данным 2025 года. Итак, в этом году мы имели выпуск продукции $Y_{\text{рассчитанное}} = 926,73$ условных единиц. Зафиксируем эту выпуск на постоянном уровне и найдем, какие взаимные сочетания, L и K которые дают нам этот выпуск.

Таблица 5

Расчет изокванты и изоклинали для производственной функции Кобба – Дугласа

	Y	K	L	K (изокванта)	K (изоклинал)
2011	410	205	94	3061,522	141,7735
2012	465	226	102	2699,472	153,8393
2013	512	248	113	2305,383	170,4298
2014	532	298	125	1973,349	188,5286
2015	553	300	133	1793,453	200,5944
2016	605	340	141	1639,086	212,6602
2017	608	390	152	1459,928	229,2507
2018	642	420	167	1262,848	251,8742
2019	672	427	123	2023,008	185,5121
2020	722	434	180	1035,153	271,4811
2021	761	490	208	900,395	313,7115
2022	823	400	220	825,844	331,8103
2023	925	448	241	717,609	363,4831
2024	993	468	280	569,526	422,304
2025	1008	475	315	475,0	475,092

В таблице 5 столбец K (изокванта) вычислялся по формуле (13).

Итак, мы получили возможные сочетания ресурсов L и K для которых выпуск продукции Y всегда будет составлять на уровне 2025 года. Тогда, объем потребления трудовых ресурсов составляет $L=315$ единиц, а потребление основного капитала $K=475$. Эти числа соответствуют к последнему строку таблицы.

По оси Ox , отложим объем трудовых ресурсов L и по оси Oy отложим объем основного капитала K (рис.1.). Любая точка изокванте даст нам один и тот же продукт $Y = 926,73$. Если увеличиваем объем произведенной продукции, то изокванта отходит дальше от начала координат, а если уменьшим Y изокванта приближается к началу декартову систему координат.

Теперь построим изоклинали. Изоклинал, проходящая через начало координат, определяется формулой

$$K = \gamma_0 \frac{\beta}{\alpha} L. \quad (14)$$

т.е. является прямой линией с тангенсом угла наклона, равным $tg \varphi = \gamma_0 \frac{\beta}{\alpha}$.

Рассмотрим норма замещения. Норма замещения (таблица 4) γ_{KL} двух ресурсов по итогам 2025 года составляло 2,324. Зафиксируем эту $\gamma_{KL} = 2,324$ норму замещения на постоянном уровне. Теперь посмотрим какие значения принимает ресурс K при различных значениях ресурса L

$$K = 2,324 \frac{\beta}{\alpha} L.$$

По оси Ox , отложим объем трудовых ресурсов L и по оси Oy отложим полученные значения сочетания ресурса K (рис.1.). Изоклинали начинается в точке $(0,0)$ и имеет вид прямой. Любое сочетание ресурсов на этой прямой характеризуются постоянной нормой замещения $\gamma_{KL} = 2,324$.

Пример графиков изоквант и изоклиналей показан на рис. 1.

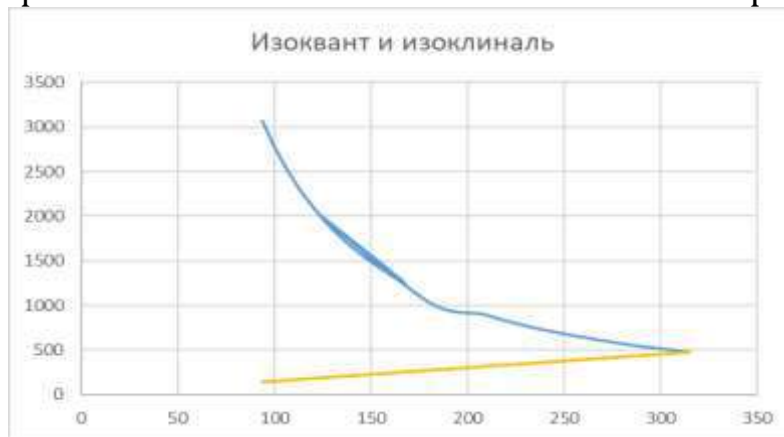


Рис.1. Графики изоквант (кривая линия) и изоклинали (прямая линия)

Таким образом, производственная функция Кобба – Дугласа позволяет выявить наиболее значимые факторы производства, дать комплексную оценку эффективности использования производственных ресурсов, оценить вклад каждого фактора в формировании итогового результата предприятия.

Литература

1. Александров Д.Г., Громыко В.В., Журавлева Г.П. Экономическая теория: макроэкономика -1, 2, метаэкономика, экономика трансформаций: учеб/ под общ. ред. Г.П. Журавлевой.- Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. – 919 с.

2. Афанасьев А.А. Использование производственной функции Кобба–Дугласа, построенной по панельным данным, при анализе обрабатывающих

производств России // Креативная экономика. – 2022. – Том 16. – №6. – С.2363–2380.

3. Богатова Е. В. Роль инноваций в моделях роста и производственных функциях//Известия Российского государственного педагогического университета имени А. И. Герцена. – 2009. – № 107. – С. 45-52.

4. Васецкая Н.О., Глухов В.В. Исследование деятельности университета в структуре кластера на основе модели Кобба-Дугласа // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2019.– Т. 12. –№3. –С. 153-161.

5. Гаджиев М. М., Наурханов Х. Я. Концепция эффективности предприятий промышленных предприятий промышленного производства в современных условиях//Вопросы структуризации экономики. – 2003. – № 1. – С. 35-53.

6. Горидько Н. П., Нижегородцев Р. М. Моделирование современной экономической динамики: типичные ловушки регрессионного анализа//Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2017. – № 2 (197). – С. 101-108.

7. Гребнев М. И. Агрегированная производственная функция с учетом научно-технического прогресса для экономики России//Вестник Пермского университета. – 2015. – № 4 (27). – С. 71-79.

8. Демьяненко А. Н. О стратегических инициативах по развитию Дальнего Востока России в контексте исторического опыта//Регионалистика. – 2016. – Т. 3. – № 3. – С. 6-13.

9. Дохолян С. В. Стратегический подход к формированию и реализации региональной социально-экономической политики//Экономика и предпринимательство. – 2013. – № 9 (38). – С. 139-143.

10. Заступов А. В. Современные подходы к управлению производством на основе формируемых экономических кластеров// Вестник Самарского государственного экономического университета. – 2015. – № 7 (129). – С. 67-73.

11. Зюкин Д.А., Жилин В.В. Применение функции Кобба-Дугласа при оценке развития сельскохозяйственного производства Курской области // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2014. – №4-2.- (9-2). С. 299-302.

12. Калущин С. В., Есаулов М. Н. От управления качеством продукции к качеству управления ее производством// Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. – 2014. – Т. 14. – № 1. – С. 210-215.

13. Колемаев В. А. Математическая экономика: учебник. - Москва: Юнити Дана, 2015. – 399 с.

14. Королев В. И. Качество управления предприятием: проблемы, пути повышения//Операционный менеджмент. – 2017. – № 1. – С. 69-74.

15. Максимова И.В., Алмосов А.П., Брехова Ю.В., Малышева Е.Н. Использование функции Кобба-Дугласа для анализа производства сельскохозяйственной продукции (на примере регионов ЮФО) // Финансовая экономика. – 2022.– №3. – С. 80-87.

16. Маслюкова Е. В., Хорсова А. В. Эконометрическое моделирование взаимосвязи ресурсной обеспеченности и экономического роста региона//Дискуссия. – 2016. – № 10 (73). – С. 30-34.

17. Минакир П. А. Новая стратегия развития Дальнего Востока России: оценка и перспективы//Контурь глобальных трансформаций: политика, экономика, право. – 2014. – № 4. –С. 6-141.

18. Миролубова Т. В., Ворончихина Е. Н. Определение ключевых направлений региональной экономической политики на основе эконометрического моделирования и прогнозирования регионального экономического роста//Вестник Пермского университета. Серия: Экономика. – 2015. – № 4 (27). – С. 80-91.

19. Репина Н. Г., Митюшина А. С. Мотивация – еще один шаг к эффективному управлению персоналом//Новое поколение. – 2013. – № 6. – С. 121-126.

20. Сериков С. Г. Специфика пространственно-структурных изменений и эффективность новых инструментов экономического развития российского Дальнего Востока//Региональные проблемы преобразования экономики. – 2018. – № 4 (90). – С. 36-45.

21. Соловьев Д. Б., Захарьина П. И. Перспективы инновационного развития Дальнего Востока: территории опережающего развития//Инновации. – 2017. – № 2 (220). – С. 74-80.

22. Суворов Н. В., Ахунов Р. Р., Губарев Р. В., Дзюба Е. И., Файзуллин Ф. С. Применение производственной функции Кобба - Дугласа для анализа промышленного комплекса региона // Экономика региона. – 2020. – Т. 16. – № 1. – С. 187-200.

23. Суворов Н. В. Актуальные направления и проблемы совершенствования модельного инструментария макроэкономического анализа // Проблемы прогнозирования. — 2015. — № 5. — С. 25–39. 23. Суворов Н. В. Верификация эконометрической модели с учетом априорных ограничений на структурные параметры // Вопросы статистики. — 2016. — № 11. — С. 53–66.

24. Суворов Н. В. Развитие методов исследования статистических зависимостей. Регрессионные модели с переменными структурными параметрами // Вопросы статистики. — 2018. — № 6. — С. 3–15.

25. Цепелев О. А., Колесникова О. С. Факторы формирования и роста ненаблюдаемой экономики в регионах Дальнего Востока России//Региональная экономика и управление: электронный научный журнал. – 2018. – № 4 (56). – С. 1-13.

26. Амурский статистический ежегодник 2018: Статистический сборник / Амурстат. – Благовещенск, 2018. – 564 с.

27. Griliches Z., Jorgenson D. W. Issues in growth accounting: a reply to Edward F. Denison//The Survey of Current Business. – 1972. – Vol. 52. – №. 5. – Pp. 65-94.

28. Solow R. M. Technical Progress, Capital Formation, and Economic Growth//American Economic Review. – 1962. – Vol. 52. – № 3. – Pp. 76–86. 152 Вестник университета, № 12, 2019

29. Cobb C.W., Douglas P.H. A theory of Production // American Economic Review. – 1928. Vol. 18. - № 1, -P.139-165.

Mehnat iqtisodiyoti va inson kapitali



+998 71 239 28 13

Tashkent, Uzbekistan

ilmiymaktab@gmail.com

www.laboreconomics.uz